

Trabajo N° 3 Matemática 6to A

Buenas a todos y todas. Hemos dejado claro cómo será el procedimiento de los trabajos. Por si acaso y si no se entendió, dejo detallado todo de nuevo:

. Los trabajos serán combinados con las clases presenciales, dentro de este trabajo encontrarán la información que se necesita para realizar el mismo por si sucede algo y no pueden presenciar la clase.

. Los trabajos los entregan, dentro de la semana que se les exige y se verá reflejada a continuación.

. OJO, no porque tengan la información detallada en el trabajo no deben ir a la escuela. Lo presencial nos ayuda a fijar los conceptos y ejercitar, también ver lo que no se puede transmitir por acá.

. Utilicen el Classroom para enviarme los tps.

. Aprovechen la semana que no van para resolver los puntos ya dados la semana anterior.

. Dudas, preguntas o consultas al grupo de wtp, así capaz le resuelven las dudas a otro/a que tenía las mismas.

Profesor: Alejandro Petrillo

Fecha de entrega:

Grupo 1: 12/07

Grupo 2: 12/07

Wtp: 1140754757

Sucesiones

Como veníamos haciendo en el trabajo anterior, les voy a poner un video, creo que bastante explicativo, y también sumarle definiciones para que quede bastante claro lo que estamos tratando.

<https://www.youtube.com/watch?v=FGoSqeFl5zg>

En este video podrán ver lo que significa una sucesión, características de la sucesión y algunos ejemplos, me parece que es bastante explicativo.

Definiciones:

Sucesión: Una **sucesión** (o **progresión**) es un conjunto de números ordenados. Cada número ocupa una posición y recibe el nombre de **término**.

$a_1, a_2, a_3, a_4 \dots$ (Términos de una sucesión)

Un ejemplo de sucesión es el conjunto de los números pares: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14,...

Término general: El término que ocupa la posición **n** se denota por a_n y se denomina **término general**.

En la sucesión de los pares, el primer término es $a_1 = 2$ y el sexto es $a_6 = 12$. El término general es $a_n = 2 \cdot n$

Entonces, podríamos encontrar cualquier término de una sucesión a partir de su término general ¿No?

Por ejemplo, si tengo la sucesión $a_n = 3n + 1$, encontraríamos los primeros cinco términos supliendo la n por el término que queremos (en este caso, 1, 2, 3, 4 y 5)

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 1 = 4$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 + 1 = 7$$

$$a_3 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$$

$$a_4 = 3 \cdot 4 + 1 = 13$$

$$a_5 = 3 \cdot 5 + 1 = 16$$

Y con esto encontramos los primeros 5 números de una sucesión ya dada.

Veamos como buscar el término a_{25}

$$a_{25} = 3 \cdot 25 + 1 = 76$$

Acabamos de ver como pasar de una sucesión dada por el término general, a cada término en particular.

Tengamos en cuenta que pasar de la sucesión dada por los primeros términos y encontrar el término general es difícil, y nos basaremos en los ejercicios dados en las diferentes clases de zoom. Donde hemos visto diferentes estrategias para poder resolver este tipo de ejercicios.

Tipos de sucesiones

A partir de la definición de sucesión veamos ahora ciertas sucesiones un poco más detalladas con las que vamos a trabajar.

Sucesión aritmética: Una sucesión es **aritmética** si cada término se obtiene sumando un número constante (diferencia) al término anterior.

Ejemplos:

- 100, 105, 110, 115, 120,... es una sucesión aritmética cuya diferencia es **d=5**.
- -5, -3, -1, 1, 3 y 5 es una sucesión aritmética (finita) cuya diferencia es **d=2**.
- 1, 4, 9, 16, 25, 36,... **no** es una sucesión aritmética porque, aunque el segundo término se obtiene sumando 3 al primero, no ocurre lo mismo con los siguientes.

El término general de una sucesión aritmética es:

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

Donde D es la diferencia de la sucesión.

Sucesión dada por recurrencia: Una *sucesión recurrente* o definida por recurrencia es aquella en la que para definir un término de la misma se emplea una fórmula en la que intervienen términos anteriores a él. Es decir, que para saber un término necesito saber el anterior.

Ejemplo:

$$a_{n+1} = a_n - 0,3$$

Donde a_{n+1} va a depender de cuánto vale a_n .

En estos casos, no podremos hallar por ejemplo el término número 15, sin saber el término número 14. Como pasaba en las otras sucesiones.

¿Qué es una sucesión geométrica?

Una sucesión geométrica (o progresión geométrica) es una sucesión en la que cada término a_n se obtiene multiplicando al término anterior a_{n-1} por un número r llamado razón.

La razón de una sucesión geométrica se denota por r y debe ser constante en toda la sucesión.

Por ejemplo:

La sucesión de las potencias de 2 es una sucesión geométrica con razón $r=2$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$a_3 = 4 \cdot 2 = 8$$

$$a_4 = 8 \cdot 2 = 16$$

...

Entonces el término general de esta sucesión es:

$$a_n = 2^n$$

¿Cómo calculo este r ?

La razón de una progresión geométrica se calcula dividiendo términos consecutivos:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

Por ejemplo:

Calculamos la razón de la siguiente sucesión geométrica:

$$a_1 = 5$$

$$a_2 = 15$$

$$a_3 = 45$$

$$a_4 = 135$$

...

Dividimos el segundo término entre el primero:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{15}{5} = 3$$

Fíjense que la razón es constante:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{45}{15} = 3$$

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{135}{45} = 3$$

Término general de una sucesión geométrica:

El término general de una sucesión geométrica se calcula a partir del primer término a_1 y de la razón r :

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Como siempre, el término general permite calcular cualquier término de la sucesión sin necesidad de calcular los anteriores.

Por ejemplo:

Calculamos el término general de la siguiente progresión geométrica:

$$a_1 = 8$$

$$a_2 = 24$$

$$a_3 = 72$$

$$a_4 = 216$$

...

La razón de la sucesión es $r=3$ ya que:

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{24}{8} = 3$$

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{72}{24} = 3$$

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_4}{a_3} = \frac{216}{72} = 3$$

Entonces el término general de la sucesión es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_n = 8 \cdot 3^{n-1}$$

En el siguiente les dejo unos ejemplos similares a los del trabajo.

Ejemplos

Ejemplo 1:

Encontrar los 5 primeros términos de la siguiente sucesión definida recursivamente.

$$a_1 = -9, a_{n+1} = a_n + 2$$

Sabemos que $a_1 = -9$ entonces vamos a ir reemplazando en la sucesión dada por recurrencia

$$a_{n+1} = a_n + 2 \text{ Y entonces reemplazando:}$$

$$a_2 = -9 + 2 = -7$$

Y siguiendo:

$$a_3 = -7 + 2 = -5$$

$$a_4 = -5 + 2 = -3$$

$$a_5 = -3 + 2 = -1$$

Notar que para calcular el 2do término necesito del 1ro y para calcular el 3ro necesito del 2do, así sucesivamente.

Ejemplo 2:

Escribir todos los términos de la siguiente sucesión aritmética, dado:

$$a_1 = 8; d = 5; n = 7$$

Sabiendo el término general de una sucesión aritmética:

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

Entonces, reemplazamos en la ecuación general los valores y encuentro los términos de la sucesión. Como $n=7$, son 7 los términos de esta sucesión.

$$a_1 = 8$$

$$a_2 = 8 + 5 \cdot (2 - 1) = 13$$

$$a_3 = 8 + 5 \cdot (3 - 1) = 18$$

$$a_4 = 8 + 5 \cdot (4 - 1) = 23$$

$$a_5 = 8 + 5 \cdot (5 - 1) = 28$$

$$a_6 = 8 + 5 \cdot (6 - 1) = 33$$

$$a_7 = 8 + 5 \cdot (7 - 1) = 38$$

Y así calculamos los 7 términos de sucesión aritmética.

Trabajo N° 3 para entregar

1. Decidir, cuáles de las siguientes es una sucesión geométrica, aritmética o dada por recurrencia. En el caso que no sea ninguna de las anteriores, aclarar también.

a) $a_n = -3 + 4(n - 1)$

b) $a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

c) $a_n = \frac{3n + 2}{n}$

d) $a_1 = 4$

$a_{n+1} = 2a_n + 1$

2. A partir de las sucesiones dadas en el punto anterior. Hallar los primeros cuatro términos y el decimosegundo también.
3. Hallar el término general a partir de las siguientes sucesiones.

a) 7, 4, 1, -2, -5...

b) 1, 3, 9, 27, 81...

c) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5} \dots$

d) $-1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{16}, -\frac{1}{25} \dots$

4. Encontrar los 5 primeros términos de las siguientes sucesiones definidas recursivamente.

a) $a_1 = -1$

$a_{n+1} = (a_n - 1)^2$

b) $a_1 = 0, 1$

$a_{n+1} = 0, 1 \cdot a_n$

- c) Para las sucesiones dadas anteriormente, ¿Podrían encontrar el término 32 de forma sencilla? ¿Qué se necesita para encontrarlo?
5. Escribir todos los términos de las siguientes sucesiones aritméticas, dados:
- a) $a_1 = -45; d = -12; n = 8$
- b) $a_1 = 100; d = -15; n = 10$
6. Determinar lo pedido en las siguientes sucesiones geométricas.
- a) $a_1 = 8; r = 4; n = 7$. Calcular a_n
- b) $a_n = 1458; r = 3; n = 6$. Calcular a_1
- c) $a_n = 2500; a_1 = 4; n = 5$. Calcular r
- d) $a_1 = 5; r = 4; a_n = 20480$. Calcular n
7. Resolver los siguientes problemas con sucesiones.
- a) ¿Qué lugar ocupa el 109 en la progresión aritmética: -15, -11, -7, ...?
- b) Una bola que rueda por un plano inclinado recorre 3 m durante el primer segundo, 9 m durante el segundo, 15 m durante el tercero, y así sucesivamente. ¿Cuántos metros recorre durante el 10º segundo? ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer una distancia total de 192 m?
- c) El tercer término de una S.G es 15 y el quinto es 735. ¿Cuál es el cuarto término?
- d) Se tiene una cuba de vino que contiene 1024 litros. El 1 de octubre se vació la mitad del contenido; al día siguiente se volvió a vaciar la mitad de lo que quedaba, y así sucesivamente todos los días. ¿Qué cantidad de vino se sacó el día 10 de octubre?

Tener en cuenta la fecha de entrega porque entra en el boletín que entregamos antes de las vacaciones.